BABILONIA Y LAS MATEMÁTICAS EN EL AULA

Eugenio Manuel Fernández Aguilar

Abstract

Con el presente artículo pretendemos acercarnos a los métodos usados por los matemáticos babilonios y a su modo de proceder. En particular nos interesa sondear las posibilidades didácticas que pueden hallarse en las tablillas babilonias y que pueden ser aprovechadas por profesores de matemáticas y ciencias, a cualquier nivel educativo de la enseñanza obligatoria. No es objeto de este texto presentar una lista de utilidades y recursos para el aula, la intención es abrir vías de investigación y dar a entender que cualquier docente es capaz de usar estas herramientas. Un artículo al alcance de cualquier profesor sea cual sea su nivel. Por otra parte, pondremos nuestro acento en el método de análisis, que durante tanto tiempo se ha asignado como exclusivo del pensamiento griego.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

No se quiere hacer en este artículo una larga introducción histórica, pero sí vemos necesario contextualizar, al menos, algunos detalles. Tal vez sea necesario un esbozo geográfico: la zona de Mesopotamia barrería una amplia región entre los ríos Tigris y Éufrates, en el actual Irak. En el VI milenio a.C. comenzó a desarrollarse en la zona una interesante actividad humana que encontraría su culmen en el IV milenio, cuando la cultura sumeria empezó a usar la escritura cuneiforme, en la Baja Mesopotamia. A partir de entonces varios pueblos pasarían por nuestra región. Primero los acadios, que adoptaron la escritura cuneiforme sumeria y la adaptaron a su lengua. Entre otros pueblos semitas que harían acto de presencia por los alrededores se encuentran los babilonios y los asirios. Con la llegada de los medos y, luego, de los persas, estos pueblos verían su final.

Hoy nos puede parecer una historia lejana que no hizo ninguna mella en nuestra cultura, sobre todo si tenemos en cuenta que hasta el siglo XIX de nuestra era no serían encontradas de nuevo las tablillas de una época que duró tres mil años. ¿Existen nexos de unión entre aquella cultura ancestral y la nuestra? Éste es un tema que trataremos más adelante.

El estado sumerio de la III dinastía de Ur - aproximadamente 2100-2000 a. de C.

La existencia y uso de la escritura cuneiforme abarca un rango de tiempo superior al que hay desde hoy al comienzo del cristianismo. Aunque estuvo vigente durante más de treinta siglos, sufrió una evolución que trajo consigo mejoras en la propia sociedad babilonia (a partir de ahora nos referiremos en todo momento a las matemáticas babilonias). Si hemos tenido la suerte de que muchos textos sobrevivan hasta hoy se debe al formato: tablillas de arcilla cocida. Son más duraderas que el papiro o, incluso, nuestro papel actual. Han llegado hasta nuestros días medio millón de tablillas. La información que nos ha dejado es de un valor incalculable, si bien existen importantes huecos que seguirán siendo fruto de discusión durante años.

En el primer punto de este artículo veremos algunas claves para entender los textos cuneiformes referentes a aspectos matemáticos, al menos los que tienen lugar a partir de la III Dinastía Ur, hacia el 2000 a.C. La importancia de esta etapa se debe a que nace la escritura fonética y silábica. En el segundo punto haremos una muy breve descripción de algunos tipos de tablillas. El tercer punto pretende poner de manifiesto lo avanzado del cálculo en el mundo babilonio, presentando para ello la existencia de algunas tablillas que evidencian el conocimiento de algoritmos para calcular raíces cuadradas y ternas pitagóricas. Además veremos un ejemplo de problema geométrico resuelto mediante el método de análisis y, en el último apartado queremos marcar algunas líneas para el contraste con el método usado en Grecia.

1. Un acercamiento al sistema numérico babilonio

Nos vamos a centrar en el sistema sexagesimal posicional que comienza a imponerse en el tercer milenio a.C., a pesar de que en aquel momento convivió con otros sistemas. Tal vez una de las aportaciones más importantes de esta época se encuentre en el paso de lo cualitativo a lo cuantitativo. El desarrollo de este sistema permitió dar cabida a la geometría y, con ella, al desarrollo de la cuantificación de realidades sociales y agrícolas, como fueron las administraciones públicas y el tratamiento de tierras y grano. No mentiríamos si situamos en Uruk (en el mapa, en la orilla del Eúfrates, casi en el punto de unión con el Tigris) el primer emplazamiento que podemos llamar *ciudad*, un cambio de vida para el hombre que ya ha salido del neolítico. Esta auténtica revolución urbana redundaría en muchos de los aspectos vitales de ser humano, ya nada volvería a ser igual. Fue la cuna de la escritura y, con ella, de las matemáticas. La gestión en el reparto de tierras, los salarios, la crecida de los ríos, etc. Un nuevo estilo de vida que exigía al hombre de la época un nuevo conjunto de conocimientos y un orden social que no tenía precedentes. A lo largo de varios siglos se fue forjando esta organización, los sumerios y babilonios inventaron la escritura y la fueron perfeccionando. Y fue Hammurabi quien resaltaría por buscar esta unificación entre las tierras que «reinaba» con iniciativas como el conocido «Código de Hammurabi». Un conjunto de leyes en el que se confunden los aspectos civiles y penales, despojados de superstición y mitos religiosos. Si estamos interesados en saber cómo es una sociedad no es mala idea acudir a sus leyes, porque éstas no hacen más que regir la vida cotidiana. Leyendo este código podemos aprender algo de las matemáticas de Mesopotamia, pues éstas nacieron para mejorar precisamente eso, la vida cotidiana. El código está escrito en una piedra (con escritura cuneiforme y en acadio) que supera los 2 m de altura y puede visitarse en el Museo del Louvre. En él ya se usan unidades de medida y se expresan algunas leyes en función de alguna operación matemática[1].

Cómo escribir números en base 60

En base diez, cada número toma un significado distinto según sean sus posiciones, a saber:

$7235{,}25=7\cdot10^3+7\cdot10^2+3\cdot10^1+5\cdot10^0+2\cdot10^{-1}+5\cdot10^{-2}$

10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}
7	7	3	5	2	5
Número en base decimal					

Para escribir un número en base sexagesimal seguiremos el siguiente criterio[2]:

- Separaremos por un punto bajo cada una de las posiciones.
- Usaremos la coma para indicar que la posición del número es inferior a un número entero.

Siguiendo un esquema parecido al número en base decimal podemos situar en casillas las cifras de un número en base sesenta:

$1.2.31.24{,}6.36=1\cdot60^3\cdot2\cdot60^2+3\cdot60^1+24\cdot60^0+6\cdot60^{-1}+36\cdot60^{-2}$

[1] Puede verse una selección de leyes con elementos matemáticos en la dirección http://eumafeag.blogspot.com/2008/07/matemticas-en-el-cdigo-de-hammurabi-ii.html

[2] No hay un criterio estandarizado para representar números en base sexagesimal, depende del autor o del grupo de trabajo, por esta razón es necesario que dejemos claro cuál será el criterio que usaremos. Seguimos las recomendaciones de Caratini, a pesar de que los mayores especialistas sean, tal vez, Robson y Hoyrup.

60^3	60^2	60^1	60^0	60^{-1}	60^{-2}
1	2	31	24	6	36
Número en base sexagesimal					

Intercambio entre base sexagesimal y decimal

Nos va a interesar en este trabajo el intercambio (aunque no siempre lo haremos, se lo dejaremos al lector) entre ambas bases. Es muy posible que esté de más este tratamiento, pero es interesante recordarlo para refrescar la memoria.

* ¿Qué número es 1.2.31.24,6.36 en base 10?

Multiplicamos por 60 elevado a la potencia correspondiente a la posición que ocupe:

$1.2.31.24,6.36=1\cdot 60^3+2\cdot 60^2+3\cdot 60^1+24\cdot 60^0+6\cdot 60^{-1}+36\cdot 60^{-2}=223404,11$

* ¿Qué número es 7735,25 en base 60?

Aunque hay muchas formas de efectuar este intercambio, si bien puede usarse el mismo que se usa en los centros de enseñanza para pasar la hora de forma simple a compleja. Así, el lector puede comprobar (en este caso el valor más elevado está en la posición 60^2 y el inferior termina en 60^{-1}; lógicamente cualquier caso es posible, dependiendo del número):

10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	60^3	60^2	60^1	60^0	60^{-1}	60^{-2}
7	7	3	5	2	5	#	2.	8.	55,	15	#
Número en base decimal						Número en base sexagesimal					

Vemos que el sistema es muy eficaz para escribir números grandes, aunque adolece de una debilidad: la ausencia de cero. Esto hacía que, en ocasiones, hubiese un lugar para la ambigüedad, que debía resolverse mediante el contexto.

Números y grafemas

Es obvio que los babilonios no usaban las grafías de los números que acabamos de escribir arriba, es decir, los conocidos como «números arábigos». Sólo usaban dos símbolos: clavo 𒐕 y cuña 𒌋 [3].Un solo clavo representa la unidad y, más de un clavo, representará la suma de éstos, hasta un máximo de 9. De esta forma, por el conjunto 𒐛 debemos entender el número 7. Una cuña representa el número diez, dos cuñas, veinte, etc. Hasta un máximo de 5 cuñas (𒐐), puesto que al llegar al sesenta se usa de nuevo un solo clavo.

1	𒐕	6	𒐚	11	𒌋𒐕
2	𒐖	7	𒐛	15	𒌋𒐙
3	𒐗	8	𒐜	20	𒎙
4	𒐘	9	𒐝	40	𒐏
5	𒐙	10	𒌋	60	𒐕

Algunos ejemplos de numeración inferior o igual a 60

Con lo dicho anteriormente, 𒐕 puede significar 1, 60, 3600, o cualquier otra potencia de 60, dependiendo de su posición. Puede parecer que aquí llegamos a una posible confusión: ¿qué pretende expresarse con 𒐖?, ¿120, 2, ó 61? Para evitar esta ambigüedad los babilonios usaban el sistema posicional, que no es más que situar en columnas distintas cada dígito, igual que nosotros en nuestro sistema decimal: 1 es una unidad pero si precede a un 3 (13) es una decena. Con un ejemplo quedará claro

Cuneiforme	Transliteración (sexagesimal)	Decimal
𒐏 𒌋𒐚 𒌋𒐙	40.16.15	144975

Interpretación de un número superior a 60 en notación cuneiforme sexagesimal

No dedicaremos más tiempo y espacio a la escritura cuneiforme, puesto que es un mundo amplio y complejo. Sólo valga decir que hay otros muchos temas de interés para estudiar las matemáticas babilonias, como el escribir número fraccionarios. Con lo visto hasta ahora es más que suficiente para entender lo que vendrá más adelante.

[3] Estos grafemas están adaptados para poderlos tratar informáticamente, en las fotografías de las tablillas que aparecen más adelantes pueden observarse mejor su forma real. Actualmente hay fuentes True Type y existen caracteres en Unicode, pero nosotros hemos insertado en el texto los símbolos como imágenes, extraídas del sitio http://it.stlawu.edu/~dmelvill/mesomath/index.html Duncan J. Melville, de la Universidad de St. Lawrence.

En la sección de referencias se proporciona un enlace a una hoja de cálculo para realizar transformaciones entre números expresados en distintas bases. También se facilita la dirección web de una calculadora *on line* que permite jugar con la notación cuneiforme.

2. Las tablillas

Se han encontrado alrededor de medio millón de tablillas en distintas expediciones. Actualmente no todas las tablillas son de dominio público. Neurenberg es conocido como el principal divulgador y pionero de decenas de tablillas, sin embargo, desde sus trabajos, se han realizado distintas clasificaciones atendiendo a criterios distintos. Por ejemplo, Robson dedica todo un libro al catálogo de tablillas según las constantes usadas en la educación y en asuntos burocráticos[4].

Para un acercamiento didáctico, podemos atender a la clasificación de Caratini: tablas de multiplicar simples, tablas de inversos, tablas de multiplicación combinadas con una tabla de inversos, y tablas de cuadrados, cubos, raíces cuadradas y raíces cúbicas. En muchas ocasiones se dice que los escribas babilonios eran expertos en el asunto del cálculo. La clave está en estas tablillas: debían aprenderse de memoria grandes listas de cálculo para poder aplicarlo en problemas de todo tipo. Hoy nuestros alumnos conocen la tabla de multiplicar del 1 al 10, pero para los babilonios era común saber la tabla del 1 al 60 y, en cada caso, multiplicar cada número por los 60 primeros números. Además conocían listas de inversos de números, puesto que es incómodo estar realizando divisiones en notación sexagesimal, de cuadrados, etc. En definitiva, las tablillas de cálculo babilonias eran herramientas educativas en las escuelas de los escribas babilonios.

[4] «MESOPOTAMIAN MATHEMATICS. 2100-1600 BC», un excelente trabajo que puede servir como recurso para clases de ciencias de varios niveles. Consultar Referencias.

UM 29-15-485, Universidad de Pensilvania. Tabla del 36

3. Pitágoras en Babilonia

Puesto que Pitágoras vivió en el siglo VI a.C. y era natural de la isla de Samos (Grecia), el título de este apartado debe, como mínimo, extrañar. Vamos a presentar dos conocidas tablillas que demuestran indudablemente que ya se conocía en Babilonia la relación que hoy se conoce como *teorema de Pitágoras*, 1500 años antes de que el mismo Pitágoras naciera. Es más que probable que Pitágoras viajase a la región que ocuparía antaño Mesopotamia, adquiriendo así gran parte de sus conocimientos. Las tablillas a las que nos referimos son la Plimpton 322 y la YBC 7289.

3.1. La tablilla Plimpton 322 y las ternas pitagóricas

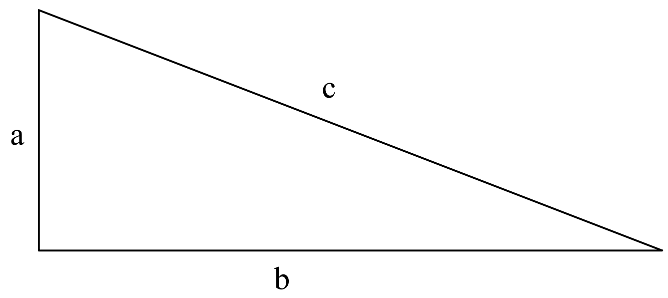
La Plimpton 322 tiene unas dimensiones aproximadas de 13 x 9 cm([5]), con un grosor de 2 cm y está datada entre los años 1600 y 1900 a. C.[6] Se encontró en la antigua ciudad de Larsa (hoy Tell Senkereh), que estaba situada cerca de Uruk y Nippur. El descifrado inicial de la tablilla corresponde a Neugebauer y Sach, que lo publicaron en *Mathematical Cuneiform Text*, en 1945.

C1 C2 C3 C4

[5] Hasta que no se toma una regla y se dibuja en un papel el contorno de la tablilla con sus dimensiones no es posible hacerse una idea de la precisión en la escritura. Desde aquí invito al lector a que lo haga, posiblemente sea más pequeño que la imagen que se ofrece con este texto.

[6] Se encuentra alojada en la Universidad de Columbia; puede consultarse información en el sitio de la propia Universidad: http://www.columbia.edu/acis/textarchive/rare/2.html.

Se trata de una tablilla con 4 columnas (C1-C4) por 15 filas (más una que sirve de encabezado y que trataremos más adelante). Para proceder a la interpretación consideremos el siguiente triángulo rectángulo, que representa geométricamente la terna pitagórica[7] (a,b,c):



C4: La última columna etiqueta con un número de orden (de 1 a 15) cada fila.
C2: aparece uno de los catetos (por ejemplo «a»).
C3: se refiere a la hipotenusa «c».
C1: hace referencia a la expresión $(c/b)^2$.

$(c/b)^2$	a	c	C4
1,59.0.15	1.59	2.49	1
1,56.56.58.14.50.6.15	56.7	1.20.25	2
1,55.7.41.15.33.45	1.16.41	1.50.49	3
1,53.10.29.32.52.16	3.31.49	5.9.1	4
1,48.54.1.40	1.5	1.37	5
1,47.6.41.40	5.19	8.1	6
1,43.11.56.28.26.40	38.11	59.1	7
1,41.33.59.3.45	13.19	20.49	8
1,38.33.36.36	8.1	12.49	9
1,35.10.2.28.27.24.26	1.22.41	2.16.1	10
1,33.45	45	1.15	11
1,29.21.54.2.15	27.59	48.49	12
1,27.0.3.45	2.41	4.49	13
1,25.48.51.35.6.40	29.31	53.49	14
1,23.13.46.40	56	1.46	15

Tabla 1. En la tablilla original hay algunos errores (por el copista, de cálculo, etc.) y se han perdido algunos números por el paso del tiempo, sin embargo en esta tabla se han incluido todos. Es una transliteración, por lo que todas las cifras están en notación sexagesimal. La precisión en la primera columna es del todo sorprendente.

[7] Se denomina terna pitagórica a un trío ordenado de números que cumplen la relación de Pitágoras.

El valor de cada cateto «b» viene determinado mediante la operación pertinente entre las columnas primera y tercera. Hay que notar que la razón c/b es nuestro actual cosecante, por tanto, podríamos considerar esta tablilla como una forma temprana e incipiente de trigonometría, sin llegar a exagerar innecesariamente esta circunstancia como el nacimiento de dicha disciplina matemática. Haciendo el cambio a notación decimal (véase la tabla siguiente) y calculando los ángulos, vemos que se corresponden con ángulos que van desde unos 45º hasta unos 58º.

a	b	c	α
119	120	169	45º19'10,704"
3367	3456	4825	45º59'47,186"
4601	4800	6649	46º17'0,738"
12709	13500	18541	46º58'17,707"
65	72	97	47º73'59,894"
319	360	481	48º36'26,355"
2291	2700	3541	49º54'46,935"
799	960	1249	50º18'16,167"
481	600	769	51º22'33,656"
4961	6480	8161	52º45'1,546"
45	60	75	53º10'24,491"
1679	2400	2929	55º1'55,225"
161	240	289	56º11'35,875"
1771	2700	3229	56º59'2,844"
56	90	106	58º8'44,199"

Tabla 2. Las ternas pitagóricas (a,b,c) se extraen como interpretación de la tablilla Plimpton 322. En la tablilla original no aparece el valor de «c» y «α» (comprendido entre «b» y «c»), pero nosotros lo hemos introducido, al ser equivalente a la primera columna original. Hay que tener en cuenta que en esta tabla hemos usado nuestro actual sistema de notación decimal.

Con lo visto, cada una de las 15 filas representaría un triángulo rectángulo, pero a cualquier persona con cierta curiosidad le queda una pregunta abierta: ¿cómo pudieron conocer estas relaciones y calcular estas ternas con tan increíble precisión? Hasta el momento se han dado distintas respuestas que intentan reconstruir este proceso, aunque no se ha encontrado una evidencia clara que demuestre ninguna de las interpretaciones.

Propuesta 1: Generación de las ternas

Si consideramos el par (p,q), las ternas pitagóricas vendrán dadas por las expresiones (p^2-q^2, 2pq, p^2+q^2). Lógicamente, podrá formarse asimismo ternas a partir de las anteriores introduciendo un factor multiplicativo: $(m\cdot(p^2-q^2),\ m\cdot 2pq,\ m\cdot(p^2+q^2))$. Los babilonios no conocían ni usaban el lenguaje algebraico, sus algoritmos eran geométricos. Es por tanto probable que conocieran estas expresiones sólo jugando con las áreas de figuras planas.

C4	p	q	m	Terna
1	12	5	1	(119,120,169)
2	64	27	1	(3367,3456,4825)
3	75	32	1	(4601,4800,6649)
4	125	54	1	(12709,13500,18541)
5	9	4	1	(65,72,97)
6	20	9	1	(319,360,481)
7	54	25	1	(2291,2700,3541)
8	32	15	1	(799,960,1249)
9	25	12	1	(481,600,769)
10	81	40	1	(4961,6480,8161)
11	2	1	15	(45,60,75)
12	48	25	1	(1679,2400,2929)
13	15	8	1	(161,240,289)
14	50	27	1	(1771,2700,3229)
15	9	5	1	(56,90,106)

Tabla 3. Consideremos, por ejemplo, la fila cinco, se obtendrá con los valores p=9, q=4 y m=1, es decir, tendremos la terna (65, 72, 97).

<u>Propuesta 2:</u> Los pares inversos

Elanor Robson dedica un artículo exclusivamente defendiendo esta propuesta: «Neither Sherlock Holmes nor Babylon: A Reassessment of Plimpton 322»[8]. En este trabajo, Robson rescata la idea de los pares recíprocos, como alternativa a la propuesta anterior. Los errores más destacables que percibe Robson en la interpretación de generación de ternas son:

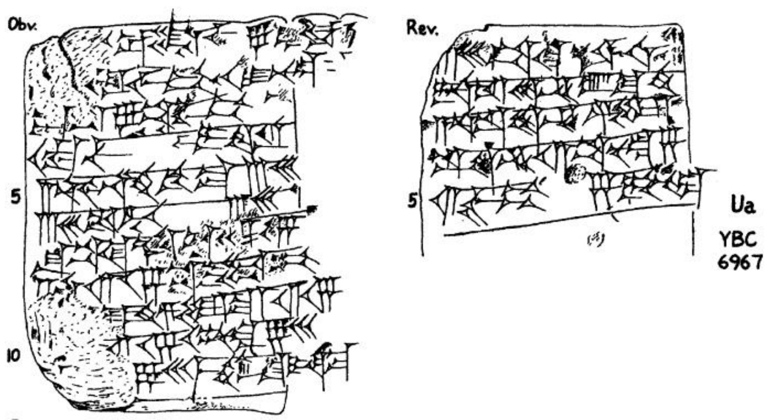
- No se tiene en cuenta el análisis de los encabezados, lo cual irá a reforzar su tesis.
- Es demasiado artificial al abusarse de la notación moderna (álgebra simbólica) y, por ende, está descontextualizada (*occidocentrismo*).
- No se parte de los propios conocimientos de las personas que crearon la tablilla.

[8] El tono irónico del título tiene su explicación: parafrasea el artículo «Sherlock Holmes in Babylon» de Buck en el que se plantea la explicación del procedimiento seguido para construir la tabla como un trabajo detectivesco. Por supuesto que cita a Buck con todo el respeto y admiración posibles.

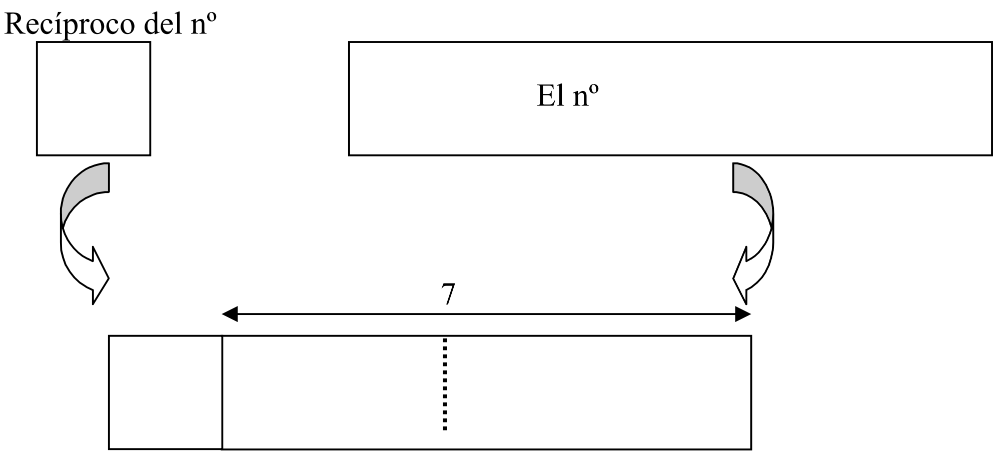
- Se le intenta dar un sentido teórico a la tablilla y, según su perspectiva, la tablilla tiene un carácter claramente didáctico.
- Partiendo del anterior inconveniente, se ha exagerado afirmando que conocían alguna relación trigonométrica.

Robson encuentra en la lista anterior una serie de incoherencias que intenta superar mediante la construcción de la tablilla a través de inversos. Denomina técnica de «corta y pega» a la usada por los babilonios para calcular inversos.

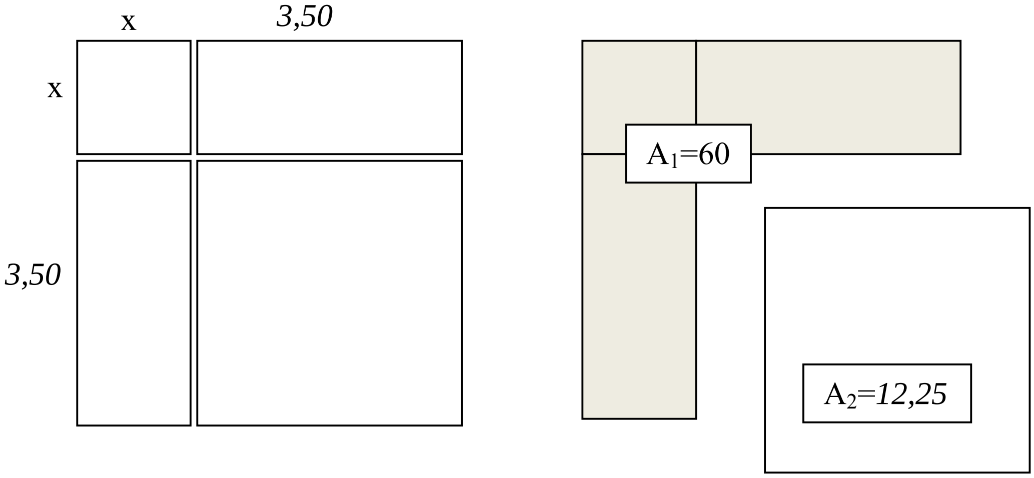
Para analizar la técnica usada por los escribas lo mejor es ayudarnos de una de las tablillas donde se explica ésta: YBC 6967. No haremos una traducción del texto, puesto que hay que estar familiarizados con el vocabulario. Por el contrario, explicamos los pasos a seguir (en paréntesis y cursiva ponemos los números en decimal, cuando sea necesario):



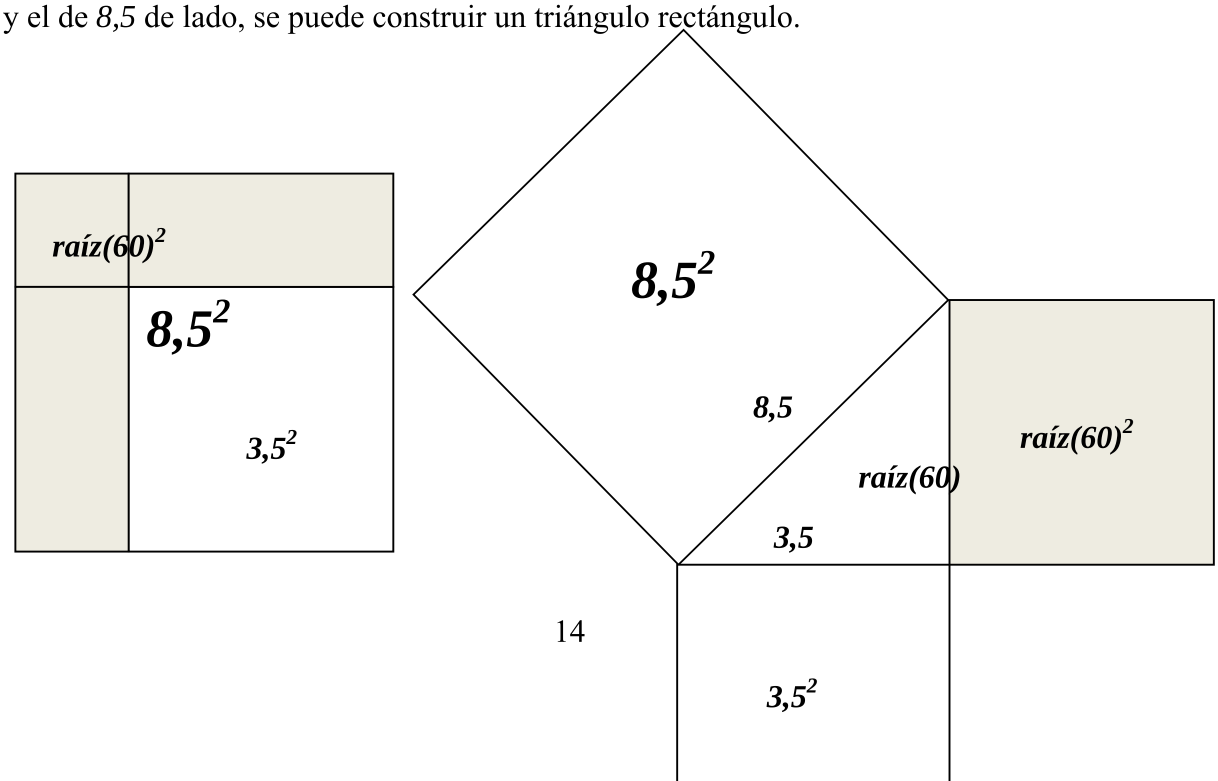
Enunciado: Un número excede a su recíproco en 7 unidades. ¿Cuáles son el número y su recíproco?



Añadimos al número, su recíproco (lo excede en 7 unidades). El área total debe ser la unidad por definición (x*1/x=1), en cualquier potencia de 60. En la tablilla YBC697 aparece 60. El texto de la tablilla nos dice que dividamos 7 por la mitad, nos resulta 3,30 (*3,5*). Al multiplicar este número por sí mismo obtenemos 12,15 (12,25). El siguiente paso es construir un cuadrado con las dimensiones tratadas, situando en vertical una de las mitades del recíproco:



El cuadrado completo tendrá un área de 1.12,15 (*72,25*) puesto que al área de 60 (la "L") hay que sumarle el área del cuadrado 3,30x3,30 que hemos añadido. Significa que el lado del cuadrado completo es 8,30 (*8,5*) y, por ende, el lado del cuadrado pequeño será 5. Esto significa que el par de inversos buscados es 5 y 12 (recuérdese que en este caso la unidad es 60=5·12). El nexo que argumenta Eleonor Robson entre la tablilla YBC 6967 se ha dejado entrever. Podemos considerar la terna pitagórica: (raíz(60), *3,50*, *8,50*), es decir, raíz(60)^2 + *3,5*^{2} = *8,5*^{2}. Habría que considerar la superficie en forma de "L" como un cuadrado de área idéntica. Si nos llevamos este cuadrado, el total y el de *8,5* de lado, se puede construir un triángulo rectángulo.

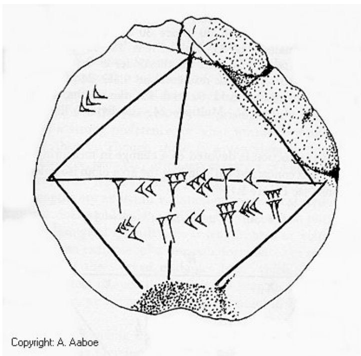


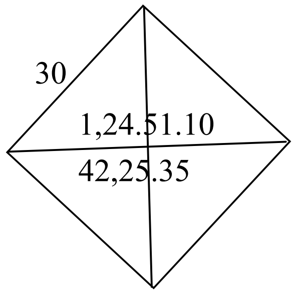
Muy complejo para nosotros elaborar ternas pitagóricas mediante este método, pero más cercano a la realidad de los escribas babilonios. Lo que acabamos de ver aquí no es más que una ilustración del método de análisis. En todo momento se han tomado el número y su recíproco como cantidades conocidas y se ha ejecutado todo el desarrollo partiendo de esta hipótesis.

La principal ventaja que aporta Robson es que se trata de una reconstrucción contextual, es decir, usando la propia realidad del escriba babilonio y sus propios métodos. Sin embargo, nos puede parecer que tenemos una desventaja, la de ser demasiado artificiosa, ¿se tomaron tantas molestias? Para nosotros podrían ser muchas molestias, pero no olvidemos que eran magníficos calculistas y que disponían de todo tipo de tablillas de cálculo que les ayudaba a la hora de hacer operaciones. Sería una visión muy ingenua pensar que cada cálculo lo debían hacer una y otra vez.

3.2. La tablilla YBC 7289, el teorema de Pitágoras y la raíz cuadrada

A pesar de que hay un acuerdo casi absoluto, en base a la tablilla Plimpton 322, de que los babilonios conocían la relación de Pitágoras, para los triángulos rectángulos, sin embargo, hay quien ha mostrado su desacuerdo.





El problema es que sólo se conserva una tablilla donde se integran la relación de Pitágoras acompañada de una representación geométrica. Se trata de la conocida YBC 7289. En la imagen (la diagonal no llega a los 5 cm) puede verse la transcripción a número arábigos, pero en notación sexagesimal. Si llamamos «d» a la diagonal y «a» al lado, tenemos, tras pasar a notación decimal la cantidad de debajo de la diagonal, lo siguiente: a=30, d=42,426. Con el Teorema de Pitágoras se prueba fácilmente, para un cuadrado, que $= \sqrt{2}$, lo cual ocurre en nuestra tablilla. Además, la cantidad de arriba de la diagonal es, en notación decimal, 1,4142, es decir, la raíz cuadrada de 2 con una aproximación correcta de cuatro decimales. Caratini, citando a Neugebauer, afirma que «es la señal de un esfuerzo teórico importante» (pag162). Hay que recordar, una vez más, que los escribas eran grandes calculistas y buenos agrimensores. Es una combinación más que ideal para dar pie al descubrimiento de la relación entre diagonal y lado. Pero de ahí a afirmar que tenían un profundo conocimiento teórico va un trecho bastante largo. Se ha hablado de que habían encontrado un método de aproximación para números como raíz cuadrada de 2, pero, para ello, debían conocer el concepto de número irracional, lo cual no queda patente en ninguna de las tablillas. En este sentido, estamos imbuidos en una perspectiva actual, en la que vemos algo común aproximar ciertas cantidades. Es cierto que la aproximación a $\sqrt{2}$ en esta tablilla es magistral, pero el concepto de aproximación es una visión del occidente del siglo XX y XXI.

4. ¿Dónde está el eslabón perdido?

En algunos textos se habla de un salto real entre las matemáticas babilonias y griegas, lo cual es bastante improbable. Cada vez son más los trabajos que evidencian relaciones de parentesco entre las matemáticas de ambas culturas, por lo que un cambio abrupto en el pensamiento matemático no parece la opción más plausible. Sin embargo, buscar un eslabón perdido entre las matemáticas babilonias y griegas puede ser tan falaz como buscar el eslabón perdido entre el hombre y el mono. Simplemente porque no lo hay. La evolución no puede seguirse siempre con el lujo de detalles que deseamos, por eso aparecen saltos y, entre estos, hay que elaborar la mejor de las hipótesis. No es éste lugar para elaborar hipótesis y realizar un análisis serio sobre la conexión entre las matemáticas babilonias y griegas, pero sí puede hacerse algún comentario sobre sus similitudes y diferencias. En cualquier caso, sería muy ingenuo pensar que los griegos no conocieran la cultura matemática babilonia, a pesar de que algunos estudiosos han planteado esta posibilidad.

Como decíamos, lo interesante para nosotros es ver cuáles son las diferencias y cómo en esta búsqueda podemos aprender algo más sobre cómo aprenden nuestros alumnos.

- En Babilonia no importa el matemático, sino el método. En Grecia importa el resultado matemático, pero se le da importancia a la persona que transmite este resultado. Un buen punto para reflexionar es éste: ¿debe la ciencia tener nombres propios?

- En Babilonia no importa la demostración, sino la aplicación práctica. En Grecia comienza el gusto por la demostración teórica. Esto supone un paralelismo con la enseñanza: en Primaria y Primer Ciclo de Secundaria (1º y 2º de ESO) los alumnos deben habituarse con el cálculo y el correcto manejo de herramientas, mientras que en el Segundo Ciclo de Secundaria las demostraciones y el lenguaje simbólico toman un papel fundamental.

- En Babilonia la geometría es un medio, una herramienta para el cálculo. En Grecia la geometría es un fin en sí mismo. Sin embargo, en los planes de estudio actuales esto es al revés: el alumno primero aprende los elementos geométricos y luego los empieza a aplicar. Para nuestros alumnos es tanto un fin como un medio.

5. Propuesta didáctica

Puesto que se trata sólo de una propuesta, no se detalla una programación al completo. Sólo se dan unas orientaciones para que sirva al docente como guía. Cada profesor debe adaptarlo a la realidad de su grupo.

CURSO: 3º ESO

TEMPORALIZACIÓN: 2 sesiones

ASIGNATURA: Matemáticas

ORIENTACIONES

1ª Sesión:

- Introducción histórica sobre la cultura babilonia
- Se presentan los números en escritura cuneiforme.
- Se explica qué es la notación sexagesimal y se realizan transformaciones entre esta notación y la decimal.
- Se elige una tabla de multiplicar babilonia y se construyen actividades en torno a ella.

2ª Sesión:

- Se presenta una panorámica de las tablillas babilonias y sus variedades. Se pretende que el alumno comprenda que los escribas eran grandes calculistas.
- Análisis de la tablilla YBC 697 y se proponen actividades en torno a ella. La idea es que entiendan qué es el método de análisis.
- Se explica el concepto de terna pitagórica y se plantean actividades en torno a la tablilla Plimton 322
- El concepto de número irracional y la tablilla YBC 7289

CONCLUSIONES

Es importante que se conozca el pensamiento y modo de proceder de los matemáticos babilonios puesto que pueden servir como una potente herramienta en la escuela y el instituto. Gracias al método de análisis se puede dotar a alumnado de un arma eficaz que se encuentra a medio camino entre el cálculo concreto y la abstracción simbólica. Además, nunca está de más el conocer culturas antiguas, sobre todo si son parte de nuestro propio origen.

REFERENCIAS

- BOYER, C. (2007): *Historia de la matemática*, Alianza Editorial
- BUCK, R., «Sherlock Holmes in Babylon», *American Mathematical Monthly* 87 (1980), 335-345
- CARATINI, R (2004): *Los matemáticos de Babilonia*, Bellaterra Arqueología
- FRIBERG, J. (2005): *Unexpected Links between Egyptian and Babylonian Mathematic*, World Scientific Publishing
- HINTIKKA, J. (1974): *The Method of analysis*, Reidel Pblishing Company
- ROBSON, E. (2008): *Mathematics in Ancient Iraq*, Princeton
- ROBSON, E (1999): *Mesopotamian mathematics, 2100-1600 BC*. Clarendon Pers Oxford
- ROBSON, E, «Square Root Approximations in Old Babylonian Mathemaics: YBC 7289 in Context», *Historia Mathematica* 25 (1998), 366-378
- ROBSON, E., «Neither Shrlock Holmes nor Babylon: A Reassessment of Plimpton 322», *Historia Mathematica* 28 (2001), 167-206

En Internet se puede encontrar:

- Tablas de multiplicar babilonias:

http://it.stlawu.edu/~dmelvill/mesomath/multiply.html

- Matemáticas en el Código de Hammurabi:

http://eumafeag.blogspot.com/2008/07/matemticas-en-el-cdigo-de-hammurabi-i.html