



GEOMETRÍA FRACTAL

Por Jorge González Díaz

ÍNDICE

-INTRODUCCIÓN

-¿QUÉ ES UN FRACTAL?

-EJEMPLOS

-APLICACIONES

-BIBLIOGRAFÍA

INTRODUCCIÓN

La geometría fractal es una rama de las matemáticas relativamente joven (surgió a finales del s.XX). El matemático Benoît Mandelbrot, autor del libro *Geometría Fractal de la Naturaleza* publicado en 1982, es considerado el padre de los fractales. La palabra 'fractal' viene del latín *fractus*, que significa quebrado.

Hasta esa época, se utilizaba la geometría tradicional (la que estudiamos en el colegio, instituto...) aplicada a objetos hechos por el ser humano, como una pelota de tenis, un edificio o unas escaleras. Estos objetos podían ser explicados de esta forma y no había ningún problema. Sin embargo, en la naturaleza la cosa cambiaba: no se puede explicar un rayo o un helecho con la geometría tradicional. Entonces surgen los fractales para explicar esos fenómenos de la naturaleza que a simple vista parecen caóticos.

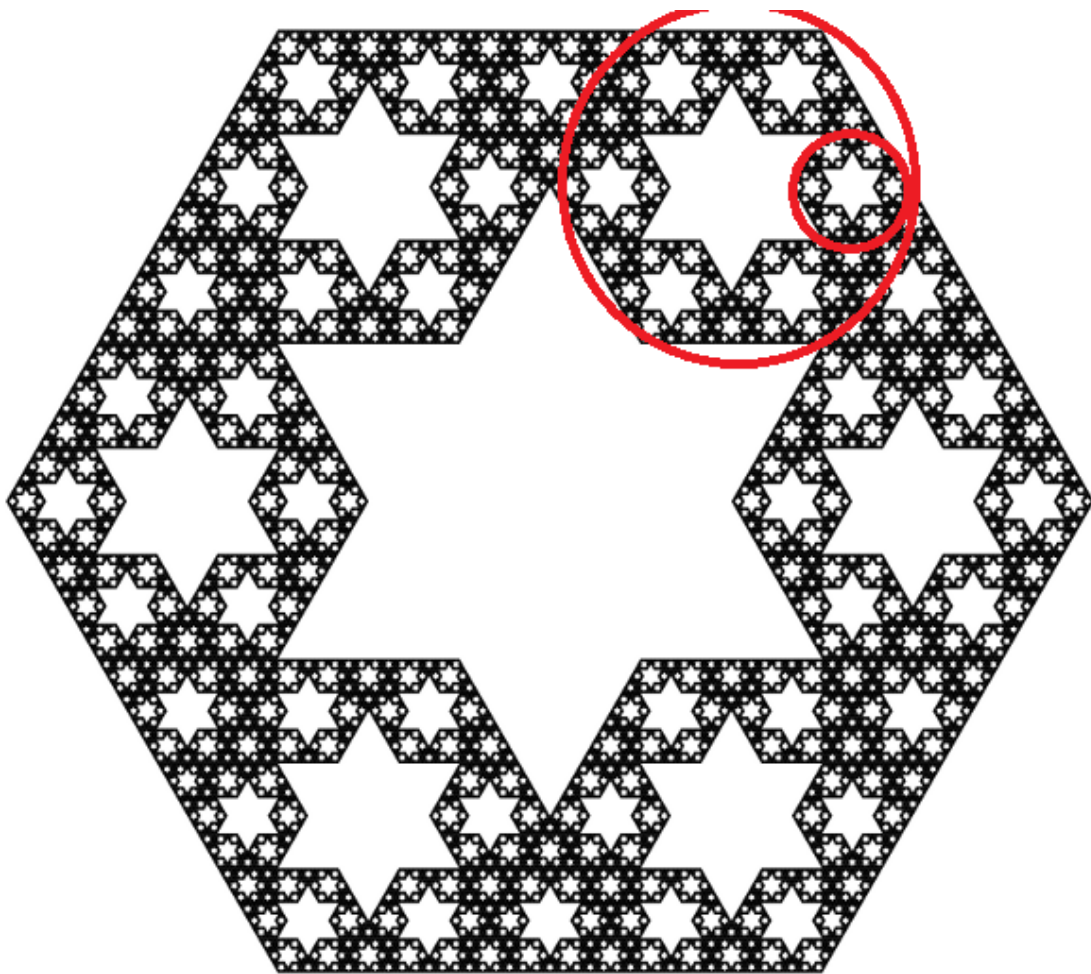


Benoît Mandelbrot, padre de los fractales

¿QUÉ ES UN FRACTAL?

Una vez que ya sabemos cómo aparece esto de los fractales tenemos que comprender qué son exactamente. Es un objeto geométrico que se repite a diferentes escalas indefinidamente, es autosímil, su dimensión es un número racional no entero y posee perímetro infinito pero área finita. Todo esto parece poco intuitivo, así que vamos a verlo un poco más en detalle.

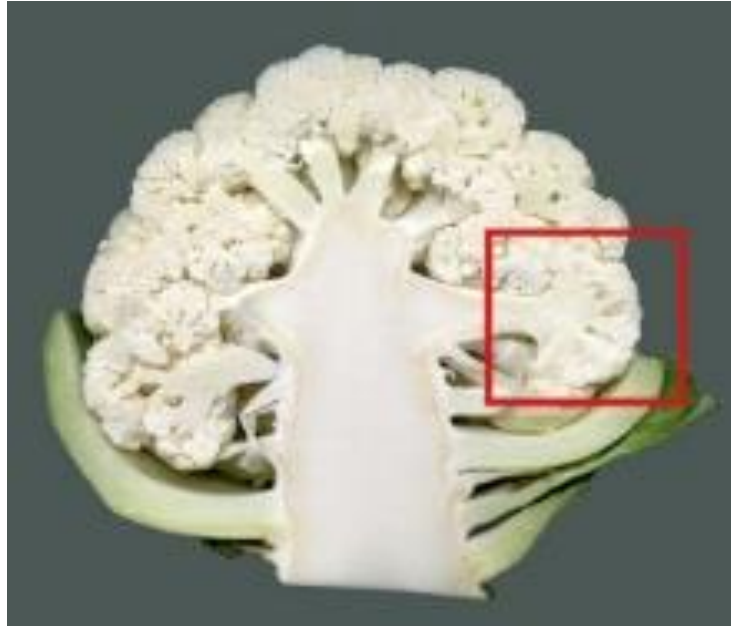
Se repite a diferentes escalas indefinidamente



Si nos fijamos en esta figura, podemos ver un hexágono con una estrella de seis puntas dentro. En la parte marcada se repite el mismo patrón: otro hexágono con una estrella y así sucesivamente. Entonces se puede decir que se repite a diferentes escalas cada vez más pequeñas. De hecho llega a un punto en que no podemos ver las repeticiones porque llegan al nivel microscópico. Esto nos lleva al siguiente punto:

Autosimilitud

Un objeto es autosímil cuando al ver una parte de este se aprecia su forma completa. Veamos este ejemplo:



Coliflor, un fractal en la naturaleza

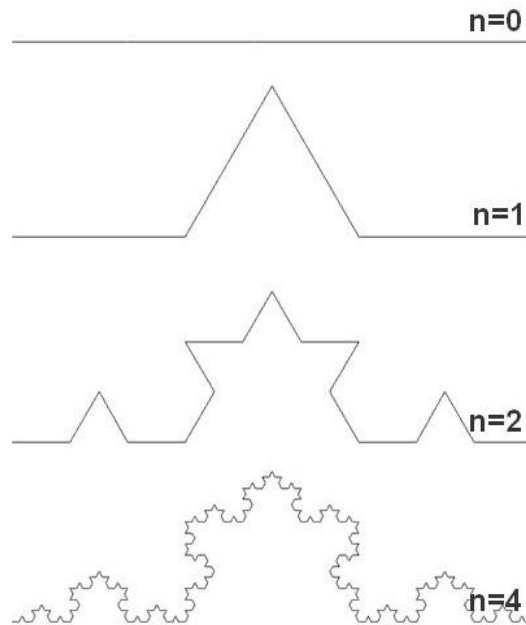
La forma de esta coliflor se asemeja a un 'arbolito'. Si vemos la ramificación señalada se observa el mismo 'arbolito', solo que más pequeño. Es autosímil pues con un fragmento de la coliflor vemos su forma entera.

Dimensión

Aquí las cosas se complican más. Para que un objeto sea fractal, su dimensión fractal tiene que ser mayor que su dimensión topológica. La dimensión topológica, a grandes rasgos, es la dimensión 'normal'. Un punto tiene dimensión 0, una línea 1, una figura plana 2 y un cuerpo geométrico 3.

Cómo se crea un fractal

Ahora vamos a ver cómo se puede formar un fractal. Vamos a hacer la Curva de Koch ya que es uno de los más sencillos. El procedimiento es sencillo: solo tenemos que hacerle una serie de alteraciones llamadas 'iteraciones' a una línea. Veámoslo más en detalle.



Formación de la Curva de Koch

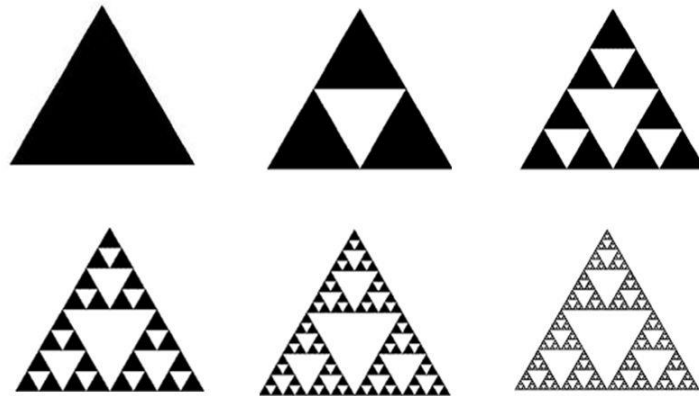
Comenzamos con un segmento. Lo dividimos en tres partes iguales y reemplazamos la parte central por dos segmentos de igual tamaño que forman un ángulo de 60° . Nos quedan ahora cuatro segmentos (*ver n=1*). Esa es la primera iteración, y la que repetiremos una y otra vez.

De nuevo, dividimos los cuatro segmentos en tres y la parte central es reemplazada por otros dos segmentos. Conforme avancemos las iteraciones serán más pequeñas (*ver n=4*) hasta que sean microscópicas.

Perímetro y área

Como ya he dicho, un fractal tiene perímetro infinito y área finita. Veamos a qué se debe.

Triángulo de Sierpinski



Tenemos un triángulo con área negra. Le hacemos una alteración y salen un triángulo blanco y tres negros. Seguimos el proceso infinitamente. Cada vez hay menos área negra, así que tiende a cero. Por el contrario, tenemos más perímetro porque aumenta el número de triángulos indefinidamente, luego se puede decir que el perímetro tiende a infinito.

Todas estas propiedades de las que he hablado se dan en fractales 'perfectos', teóricos, como el Conjunto de Mandelbrot. En la naturaleza los fractales sí que tienen propiedades pero solo hasta cierto punto (una coliflor no llega a repetirse hasta el infinito, aunque sí un cierto número de veces).

EJEMPLOS

En la naturaleza:



Rayo



Helecho

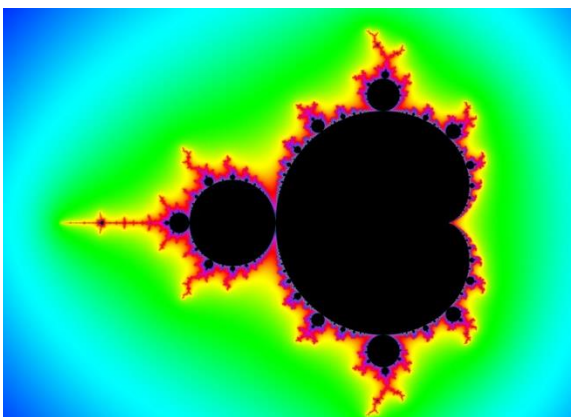


Hoja

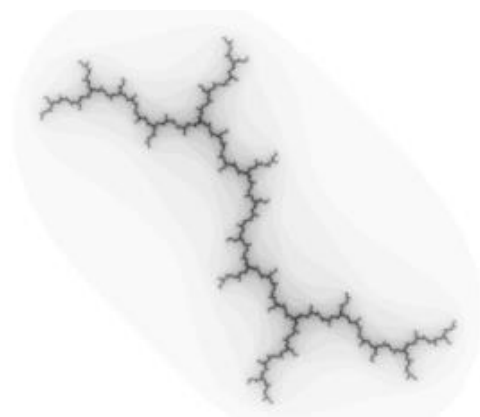


Broccoli romanesco

Hechos por el ser humano:



Conjunto de Mandelbrot



Conjunto de Julia (dendrita)

APLICACIONES

Los fractales nos rodean. Aunque parezca algo bastante alejado de la vida diaria, no lo es y tienen muchas aplicaciones, y no es casualidad, ya que estas figuras se observan en la naturaleza por algún motivo...

Comunicaciones:

Una utilidad de los fractales en el mundo de las comunicaciones es la fabricación de antenas. Y es que una antena con forma de algún objeto fractal puede mejorar el rendimiento del equipo en mucho menos espacio.

Además, el tráfico de paquetes a lo largo y ancho de internet sigue un modelo que se comporta como un fractal, de hecho, analizando gráficas del tráfico de datos a través del tiempo, se tiende a la autosimilitud. Gracias a estos modelados, se podrían disminuir las pérdidas de paquetes producidas por diversos motivos, y mejorar así el rendimiento de la red.

Medicina:

La forma de crecimiento de los tejidos tiene un comportamiento fractal. De hecho, ciertas investigaciones relativas al cáncer dicen que el crecimiento de estos se rigen por estos objetos geométricos.

Los instrumentos informáticos utilizados se basan en fractales.

Economía:

Se ha comprobado que los cambios de los precios de los activos de las empresas tienen un comportamiento fractal, y por tanto, pueden ser estudiados utilizando el conocimiento que tenemos de ellos. Esto permite basarse en modelos fractales para obtener mejores predicciones de cambio.

Informática:

La compresión fractal es utilizada tanto en imágenes y vídeo como en audio. Tiene pérdidas y es lenta, pero es fácil de descifrar. Se basa en la búsqueda de similitudes entre partes de la imagen o pista de audio. Los algoritmos fractales convierten estas partes parecidas de las imágenes en datos para después recrearla, de ahí las pérdidas de calidad.

Biología:

Principalmente destaca la organización celular y la evolución de las poblaciones depredador-presa.

Música:

Al igual que los fractales tradicionales, la música fractal se basa en la repetición de patrones de sonidos a diferentes escalas.

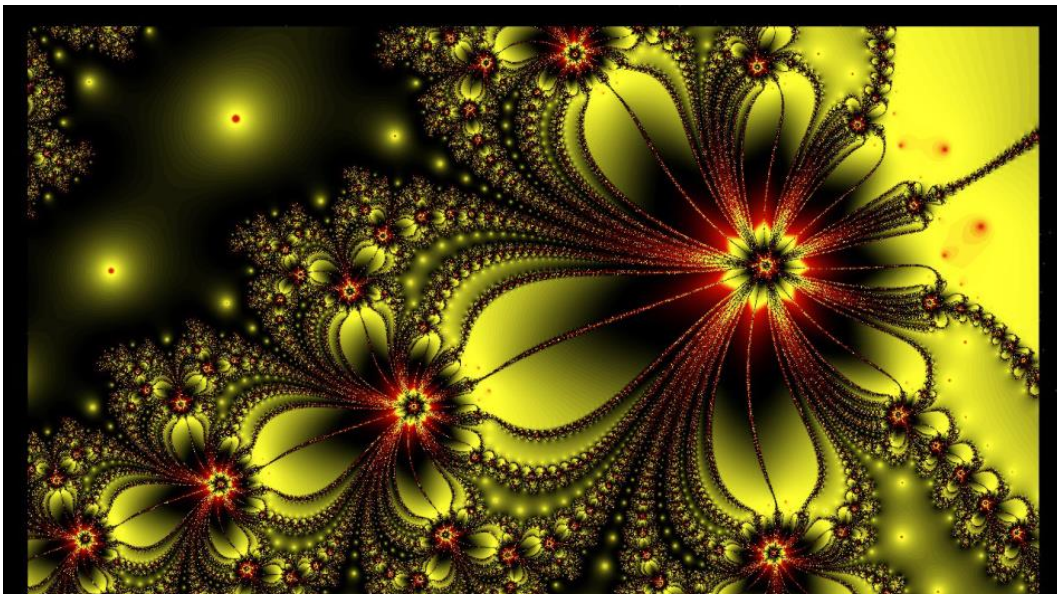
Aunque la música fractal definida como tal es reciente, podemos encontrar patrones fractales en composiciones clásicas como las de Beethoven, y varias piezas musicales de otros compositores. De hecho, algunos compositores están empezando a utilizar programas de creación de música fractal como base en sus canciones. Harlan Brothers es el principal representante del fenómeno.

Geología:

Se utilizan sobretodo en el análisis de patrones sísmicos, los fenómenos de erosión y los modelos de formaciones geológicas.

Arte:

Es uno de sus usos más recurrentes. Son ampliamente utilizados con programas informáticos para crear imágenes usando logaritmos y ecuaciones, añadiendo colores vivos y contrastes. Aparte de esto, también podemos crear mosaicos sorprendentes utilizando fractales.



Arte fractal

BIBLIOGRAFÍA

-Wikipedia

-Canal de Youtube 'Derivando'

- Blog 'cienciadesofa.com'

-Aprendemos Matemáticas – Gobierno de Canarias